



۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۱	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۱۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۴۲	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۴	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۴	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۱۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۶	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۴۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۱۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۲۷	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۲۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۸	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۱۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۲۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۳۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۵۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۵۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
۵۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۶۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
۵۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
۵۴	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
۵۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
۵۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>															
۵۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>															
۵۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
۵۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۶۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>															
۶۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۷۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>															

فارسی

۱ همهٔ گزینه‌ها به جز با بیت زیر تناسب دارند.

"رزق هرچند بی گمان برسد شرط عقل است جستن از درها"

- ۱) کودک شیرخوار تا نگر نیست مادر او را به مهر شیر نداد
- ۲) بی کلید این در گشادن راه نیست بی طلب، نان سنتِ الله نیست
- ۳) مانع رزق مقدّر نشود در بستن در رجم روزی اطفال، مهیا گردد
- ۴) در قبضهٔ سعی است کلید درِ روزی شیر از کشش طفل، ز پستان به درآید

۲ معنی فعل "شد" در همهٔ گزینه‌ها همانند معنی آن در بیت "منزل حافظ کنون بارگه پادشاست دل بر دلداری رفت، جان بر جانانه شد" است، به جز:

- ۱) کارم ز دست شد ز دستِ فراق دست در دامن زدم، دریاب
- ۲) همسایگان ز تَف دلم بر کنند شمع چون شد چراغ روز، شبانگاه زیر آب (تَف: حرارت)
- ۳) دل که در دام تو افتاد غم جان بُرد جان که در زلف تو شد راه به ایمان بُرد
- ۴) از مکن گفتن زبانم موی شد او هنوز از جور، مویی کم نکرد

۳ رابطهٔ معنایی واژگان کدام گزینه یکسان است؟

- ۱) جیب و گریبان - دغل و ناراست - زرخدان و چانه - رزق و رزاق
- ۲) اقبال و ادبار - نژند و شادمان - سیر و گرسنه - بیگانه و دوست
- ۳) حلاوت و چاشنی - حیوان و شیر - شغال و روباه - گیاه و ارغوان
- ۴) شیر و روباه - حلاوت و شیرینی - غیرت و حمیت - سیر و بیزار

۴ در همهٔ ابیات به جز آرایهٔ مجاز وجود دارد؟

- ۱) شهری به تیغ غمزه خون خوار و لعل لب مجروح می‌کنی و نمک می‌پراکنی
- ۲) دلت به وصل گل ای بلبل صبا خوش باد که در چمن همه گلبانگ عاشقانهٔ توست
- ۳) مرا تو غایت مقصودی از جهان ای دوست هزار جان عزیزت فدای جان ای دوست
- ۴) چیست قصد خون من آن ترک کافرکیش را ای مسلمانان نمی‌دانم گناه خویش را

- (۱) چو عجز و ذلت ما دید و رنج و علت ما ز جرم و زلت ما بگذرد خدیو زمین
 (۲) قدیمان خود را بیفزای قدر که هرگز نیاید ز پرورده غدر
 (۳) کردگارش کرد مخدول و تو مستغنی ز چنگ روزگارش کرد مقهور و تو فارغ ز انتقام
 (۴) زان کس نتوان صلاح درخواست کز وی قدم صلاح برخواست

مفهوم کدام بیت با سایر ابیات تفاوت دارد؟

- (۱) چه قدر راه به تقلید توان پیمودن؟ رشته کوتاه بود مرغ نو آموخته را
 (۲) مباح بستۀ تقلید و ظن که ممکن نیست کز این طریق به منزل کسی رسد هیهات
 (۳) چون شنیدی کاندرا این جو آب هست کور را تقلید باید کار بست
 (۴) دان که میمون صورت تقلید بود نیست از تقلید کس را هیچ سود

دلیل پرهیز از تنعم و عدم پذیرش صله، در کدام عبارت، متفاوت است؟

- (۱) چون به آنچه دارم و اندک است قانعم، وزر و وبال این چه به کار آید؟
 (۲) به زندگی درویشانه قناعت کرده بود، نه از بخل بلکه از آن جهت که به بیشتر از آن احتیاج نداشت.
 (۳) آنچه دارم از اندک مایه حطام دنیا حلال است و کفایت است و به هیچ زیادت حاجتمند نیستم.
 (۴) برمن پوشیده است که آن غزوها بر طریق مصطفی هست یا نه، من این نپذیرم و در عهده این نشوم.

مفهوم کدام گزینه در برابر آن نادرست نوشته شده است؟

- (۱) بلند آن سر که او خواهد بلندش نژند آن دل که او خواهد نژندش (عزت و ذلت به دست خداست)
 (۲) کمال عقل آن باشد در این راه که گوید نیستم از هیچ آگاه (عجز عقل از درک خداوند)
 (۳) اگر توفیق او یکسو نهد پای نه از تدبیر کار آید نه از رای (همراهی توفیق الهی با تدبیر انسانی)
 (۴) در نابسته احسان گشاده است به هرکس آنچه بایست داده است (عادلانۀ بودن نظام جهان)

در متن زیر چند غلط املائی وجود دارد؟

"صواب آن است که صاحب حق را مظفر شمرد اگرچه حکم به خلاف هوای او نفاذ یابد و طالب باطل را باید مخدول پنداشت اگرچه حکم بر وفق مراد او رود و اهل دنیا را از امتعه و اطعمه و مال و دوستان این جهان هیچ چیز حاصل نشود مگر کردار نیک؛ و عاقل باید که دل در کسب حطام فانی نبندد و همت بر طلب خیر باقی مقصور دارد."

- (۱) يك (۲) دو
 (۳) سه (۴) چهار

Passage

Directions: Read the following passage and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4).

Five hundred years ago, Europeans arrived on a new continent. They brought new cultures and languages to this place which they called America. However, there were already people living there who had their own cultures and languages. And so a terrible part of history began.

As more Europeans arrived, there was a fight for the land with the Native American Indians. By the end of the nineteenth century, the Indian tribes were moved to reservations. A lot of their children were taken away to boarding schools and these children were taught to speak English. By the end of the twentieth century more than half of the Native Americans in the US were living in cities. They gave up speaking their old tribal language and only used English. As a result, many Native American languages disappeared and with them their culture.

Some American Indian languages are still used today but they are usually spoken by the older members of the tribes who still live on the reservations. In North America there are 150- 170 languages that have at least one speaker and many of these languages have under a hundred speakers.

- 13 Which sentence is true?
- 1) There were already some people living in Americas when Europeans arrived there.
 - 2) Europeans Were the first people arriving in America.
 - 3) Native people who lived in America welcomed the new comers.
 - 4) Europeans arrived there in one group.
- 14 Indians were forced to live in reservation () ----- .
- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 1) five hundred years ago | 2) by the end of the 20th century |
| 3) by the end of the 19th century | 4) before the fight |
- 15 What does "their" in the 3rd line refers to?
- | | |
|------------------|---------------------|
| 1) Europeans | 2) Indians |
| 3) older members | 4) English speakers |

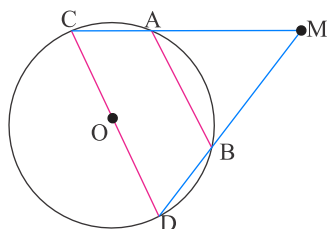
۲۲

دو دایره C_1 و C_2 یک طرف خط l طوری قرار دارند که آن را 7 قطع نمی‌کنند. از نقطه A روی l یک مماس بر هر یک از دو دایره C_1 و C_2 رسم می‌کنیم به طوری که با خط l زاویه برابر بسازند. چند جفت از این مماس‌ها می‌توان رسم کرد؟

- (۱) دو
- (۲) سه
- (۳) چهار
- (۴) یک

۲۳

اگر وتر $AB = \sqrt{2}R$ باشد، اندازه زاویه M کدام است؟



- (۱) 30°
- (۲) 35°
- (۳) 45°
- (۴) 50°

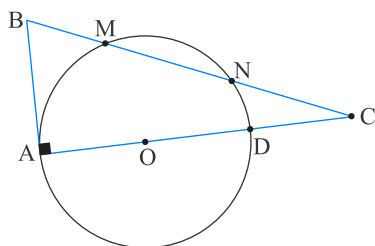
۲۴

پاره خط AB به طول 12 واحد مفروض است. اندازه وتر AB از دایره به شعاع AB و موازی آن و مماس بر دایره به قطر AB کدام است؟

- (۱) 12
- (۲) $8\sqrt{3}$
- (۳) $12\sqrt{3}$
- (۴) 16

۲۵

در شکل زیر $BM = MN = NC$ می‌باشد. طول CD چند برابر شعاع دایره است؟



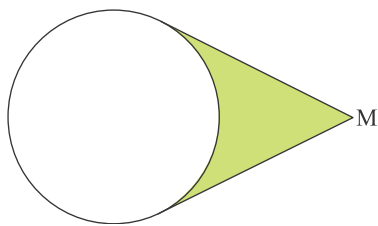
- (۱) $\frac{4}{3}$
- (۲) $\frac{4}{3}$
- (۳) $\frac{4}{3}$
- (۴) $\frac{5}{4}$

۲۶

امتداد مماس مشترک‌های خارجی دو دایره باهم زاویه 60° درجه می‌سازند. اگر تفاضل شعاع‌های این دو 7 سانتی‌متر باشد، فاصله خط‌المركزین دو دایره کدام گزینه است؟

- (۱) 16
- (۲) $\sqrt{245}$
- (۳) 14
- (۴) $\sqrt{147}$

در شکل زیر زاویه $\hat{M} = 60^\circ$ و شعاع دایره $2\sqrt{3}$ است. مساحت ناحیه رنگی کدام است؟



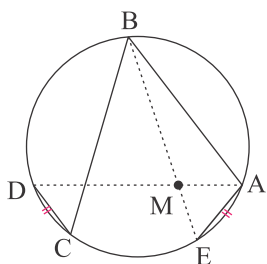
(۱) $24\sqrt{3} - 4\pi$

(۲) $12\sqrt{3} - 4\pi$

(۳) $24\sqrt{3} - 2\pi$

(۴) $12\sqrt{3} - 2\pi$

در شکل زیر $AB = 6, BC = 8, CD = 3$ و $\widehat{AE} = \widehat{CD}$. اندازه AM کدام است؟



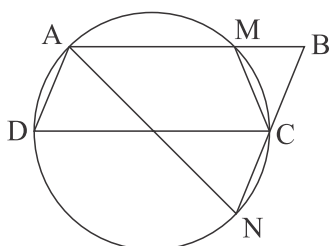
(۱) ۲

(۲) $2/25$

(۳) $2/5$

(۴) $2/75$

در شکل زیر، چهار ضلعی ABCD متوازی الاضلاع است. تعداد مثلث‌های متساوی‌الساقین، کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

در نیم‌دایره‌ای به قطر AB، امتداد وترهای AD و BC در نقطه E و با زاویه 45° یکدیگر را قطع می‌کنند. نسبت مساحت‌های دو مثلث CDE و ABE کدام است؟

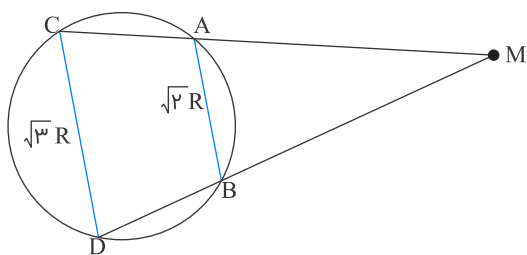
(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) اطلاعات داده شده کافی نیست.

در شکل زیر اندازه وتر $AB = \sqrt{2}R$ و $CD = \sqrt{3}R$ است. زاویه M چند درجه است؟



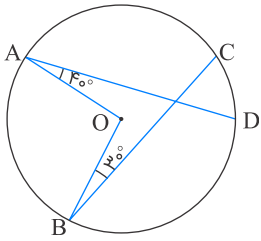
(۱) 30°

(۲) 15°

(۳) 20°

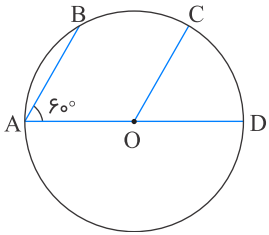
(۴) 10°

۳۲ در شکل زیر اختلاف اندازه کمان‌های \widehat{AB} و \widehat{CD} چند درجه است؟^۹



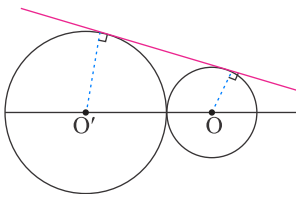
- (۱) 70°
- (۲) 75°
- (۳) 150°
- (۴) 140°

۳۳ در شکل زیر، $AB \parallel OC$ است. زاویه $\angle ACO$ کدام است؟



- (۱) 20°
- (۲) 30°
- (۳) 25°
- (۴) 45°

۳۴ دو دایره به شعاع‌های ۹ و ۴ واحد مماس برهم‌اند. دایره به قطر OO' با مماس مشترک خارجی در نقطه M مشترک‌اند. فاصله M از نقطه تماس دو دایره، کدام است؟



- (۱) ۶
- (۲) $6/5$
- (۳) ۷
- (۴) $7/5$

۳۵ پاره خط AB به اندازه ۸ واحد در صفحه مختصات، مفروض است. چهار دایره با مراکز A و B و شعاع‌های ۳ و ۷ واحد رسم می‌کنیم. نقاط تلاقی دایره‌های کوچک با دایره‌های بزرگ، دقیقاً رأس‌های کدام چهار ضلعی هستند؟

- (۱) لوزی
- (۲) متوازی‌الاضلاع
- (۳) مستطیل
- (۴) دوزنقه متساوی‌الساقین

آمار و احتمال

۳۶ تعداد افرازهای مجموعه $A = \{a, b, c, d, e\}$ که شامل فقط یک مجموعه تک عضوی باشد، کدام است؟

- (۱) ۱۰
- (۲) ۱۲
- (۳) ۱۵
- (۴) ۲۰

۳۷ با افزودن ۴ عضو به مجموعه A، تعداد زیرمجموعه‌های آن از ۱۰^{۱۰} سه برابر حالت قبلی ۱۰۴ واحد بیشتر می‌شود. A چند زیرمجموعه دارد؟

- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۸
(۴) ۱۶

۳۸ مجموعه {a, b, c, d, e} دارای چند افراز حداقل سه قسمتی است؟

- (۱) ۴۱
(۲) ۲۶
(۳) ۳۶
(۴) ۵۲

۳۹ گزاره (p ⇒ q) ~، با کدام گزاره زیر، هم‌ارزش است؟

- (۱) ~ p ∨ q
(۲) p ∨ ~ q
(۳) ~ p ∧ q
(۴) p ∧ ~ q

۴۰ مجموعه A = {a, b, {a}, {a, b}} را به چند طریق می‌توان به سه زیرمجموعه افراز کرد؟

- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۶

۴۱ چه تعداد از گزاره‌های زیر با گزاره همواره درست، معادل نیست؟

- الف) p ⇒ (p ∨ q)
ب) [(p ⇒ q) ∧ p] ⇒ p
ج) (p ∧ q) ⇒ p
د) p ∧ [q ⇒ (p ∧ q)]

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۴۲ اگر A = {۲, ۳, ۴} کدام مجموعه در رابطه A ⇒ x ∈ A ∀ x ∈ B صدق می‌کند؟

- (۱) B = {۲, ۳}
(۲) B = {۳, ۴, ۵}
(۳) B = {۱, ۲, ۳}
(۴) B = {۴, ۶}

۴۳ اگر A = {۱, ۲}، B = {۱, ۲, {۱, ۲}} و C = {{۱, ۲, {۱, ۲}}, ۱} باشند، کدام بیان در مورد این مجموعه‌ها نادرست است؟

- (۱) B ⊂ C
(۲) A ∈ B
(۳) A ⊂ B
(۴) B ∈ C

۴۴ گزاره سوری P(x, y) ∈ N, ∃ y ∈ N; P(x, y) ∀ x ∈ N، با کدام گزاره‌نمای P(x, y) دارای ارزش درست است؟

- (۱) y - x = ۶
(۲) x - y = ۶
(۳) x + y = ۶
(۴) xy = ۶

۴۵ اگر $A = \{۲\}$ ، $B = \{۲, \{۲\}\}$ و $C = \{۲, \{۲, \{۲\}\}\}$ کدام رابطه نادرست است؟

$A \subset B$ (۲) $B \subset C$ (۱)

$B \in C$ (۴) $A \in B$ (۳)

۴۶ مجموعه $\{a, b, c, d, e, f, g\}$ را به چند طریق می‌توان، به دو مجموعه سه‌عضوی و یک مجموعه تک‌عضوی افراز کرد، به طوری که فاقد $\{a\}$ باشد؟

۵۰ (۲) ۴۵ (۱)

۶۰ (۴) ۵۶ (۳)

۴۷ اگر $A = \{a, b, \{a\}, \{b\}\}$ باشد، مجموعه $A - \{A\}$ چند زیرمجموعه غیرتهی دارد؟ (با تغییر)

۶ (۲) ۲ (۱)

۱۵ (۴) ۷ (۳)

۴۸ کدام یک از گزاره‌های زیر با گزاره $(\sim q \wedge r) \Rightarrow p$ هم‌ارزش است؟

$(\sim q \vee r) \wedge \sim p$ (۲) $(\sim q \wedge r) \vee \sim p$ (۱)

$p \wedge (\sim q \vee r)$ (۴) $\sim((q \vee r) \wedge p)$ (۳)

۴۹ ارزش کدام گزاره نادرست است؟

(۱) دو عدد اول وجود دارد که مجموع آن‌ها برابر با ۱۵ است.

$۵ + ۹ \leq ۱۵$ (۲)

(۳) در مجموعه $A = \{\{a\}, a\}$ ، داریم $a \in A$ و $\{a\} \in A$.

(۴) تمام اعداد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع چند عدد طبیعی متمایز نوشت.

۵۰ تعداد افرازیهای مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ که شامل فقط مجموعه‌های دو عضوی باشند، کدام است؟

۱۰ (۲) ۸ (۱)

۱۵ (۴) ۱۲ (۳)

فیزیک

۵۱ سه ذره باردار $q_1 = ۱۲ \mu C$ ، $q_2 = ۳ \mu C$ و q_3 در صفحه $x - y$ به ترتیب در مختصات $(x_1 = ۴ \text{ cm}, y_1 = ۳ \text{ cm})$ ، $(x_2 = -۸ \text{ cm}, y_2 = ۱۲ \text{ cm})$ و (x_3, y_3) قرار دارند، اگر برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هر ذره صفر باشد، q_3 چند میکروکولن است؟

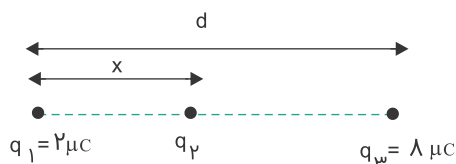
$\frac{۴}{۳}$ (۲) $\frac{۱۶}{۳}$ (۱)

$-\frac{۱۶}{۳}$ (۴) $-\frac{۴}{۳}$ (۳)

دو کرهٔ باردار دارای بارهای ناهمنام و هم‌اندازه هستند و در فاصلهٔ r به هم نیروی F وارد می‌کنند. اگر ۲۰ درصد یکی از بارها را برداشته و به دیگری اضافه کنیم و در فاصلهٔ $2r$ کره‌ها را از هم قرار دهیم، بزرگی نیروی بین دو کره چند درصد تغییر می‌کند؟

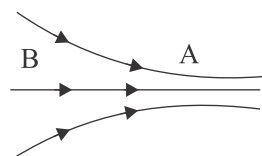
- (۱) ۱۶
- (۲) ۲۴
- (۳) ۷۶
- (۴) ۸۴

سه بار نقطه‌ای مطابق شکل قرار دارند. برآیند نیروهای الکترواستاتیکی وارد بر هریک از بارها صفر است. بار q_2 چند میکروکولن است؟



- (۱) $-\frac{2}{9}$
- (۲) $+\frac{2}{9}$
- (۳) $-\frac{8}{9}$
- (۴) $+\frac{8}{9}$

شکل مقابل، خط‌های میدان الکتریکی را در قسمتی از فضا نشان می‌دهد. در مقایسه میدان و پتانسیل الکتریکی نقاط A و B، کدام رابطه درست است؟

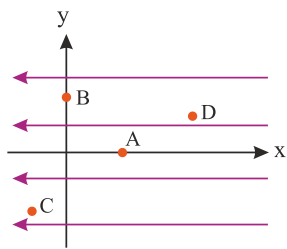


- (۱) $V_B > V_A$ و $E_B < E_A$
- (۲) $V_B > V_A$ و $E_B > E_A$
- (۳) $V_B < V_A$ و $E_B < E_A$
- (۴) $V_B < V_A$ و $E_B > E_A$

میدان الکتریکی حاصل از بار q در نقطهٔ A که در فاصلهٔ 30 سانتی‌متری آن قرار دارد، برابر با 10^5 N/C است. اگر بار q' در نقطهٔ A قرار گیرد، نیرویی برابر با 0.2 N از طرف میدان به آن وارد می‌شود. q و q' به ترتیب از راست به چپ چند میکروکولن‌اند؟ ($k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$)

- (۱) ۱، ۰/۲
- (۲) ۱۰، ۰/۲
- (۳) ۱، ۰/۵
- (۴) ۱۰، ۰/۵

مطابق شکل در ناحیه‌ای از فضا میدان الکتریکی یکنواختی خلاف ^{۱۳} جهت محور x ها وجود دارد. اگر اندازه اختلاف پتانسیل میان دو نقطه A(۵, ۰) و B(۰, ۳) برابر با ۱۵ ولت باشد، اختلاف پتانسیل $V_C - V_D$ میان نقاط C(-۲, -۳) و D(۹, ۲) چند ولت است؟

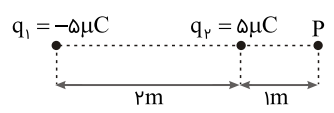


- (۱) ۳۳
- (۲) ۲۵
- (۳) -۳۳
- (۴) -۲۵

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه ۵۰۰ ولت است. با صرف چند ژول انرژی، بار الکتریکی ۰/۸ میکروکولنی بین این دو نقطه جاری می‌شود؟

- (۱) 4×10^{-3}
- (۲) 8×10^{-3}
- (۳) 4×10^{-4}
- (۴) 8×10^{-4}

در شکل زیر، بزرگی میدان الکتریکی در نقطه P چند نیوتن بر کولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$)

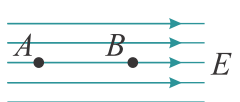


- (۱) 4×10^3
- (۲) 8×10^3
- (۳) 4×10^4
- (۴) 8×10^4

میدان الکتریکی از بار الکتریکی نقطه‌ای $2 \mu\text{C}$ در فاصله یک متری آن، چند نیوتون بر کولن است؟ $K = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2$

- (۱) 2×10^3
- (۲) 2×10^6
- (۳) $1/8 \times 10^4$
- (۴) $1/8 \times 10^5$

در شکل، میدان الکتریکی یکنواخت $E = 3000 \text{ N/C}$ و فاصله AB برابر با ۲cm است. اگر پتانسیل نقاط A و B را به ترتیب با V_A و V_B نشان دهیم، $V_A - V_B$ چند ولت است؟



- (۱) -۶۰۰۰
- (۲) ۶۰۰۰
- (۳) -۶۰
- (۴) ۶۰

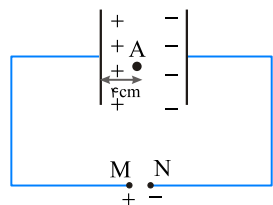
۶۱

دو بار الکتریکی $q_1 = -20 \mu\text{C}$ و $q_2 = +10 \mu\text{C}$ دارای بردارهای مکان $\vec{d}_1 = +10\vec{i}$ و $\vec{d}_2 = +10\vec{j}$ در SI ثابت شده‌اند. اگر نیروی وارد بر ذرهٔ باردار قرارگرفته در مرکز محورهای مختصات برابر $\frac{1}{45}\sqrt{3}$ میلی‌نیوتن باشد، مقدار بار ذره چند کولن است؟

- (۱) 5×10^{-6}
- (۲) 5×10^{-7}
- (۳) 2×10^{-7}
- (۴) 2×10^{-6}

۶۲

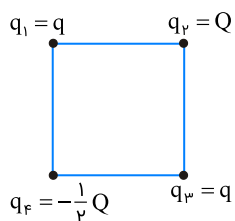
در شکل زیر، دو صفحهٔ رسانای موازی در فاصلهٔ ۱۲ سانتی‌متری هم قرار دارند و نقطهٔ A بین این دو صفحه مشخص شده است. اگر پتانسیل الکتریکی نقاط M و N به ترتیب صفر و ۶۰ ولت باشد، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A چند ولت است؟



- (۱) ۲۰
- (۲) ۳۵
- (۳) ۴۰
- (۴) ۴۵

۶۳

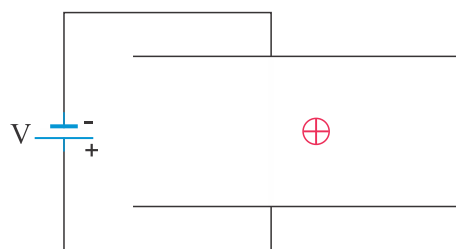
چهار ذرهٔ باردار در رأس‌های یک مربع قرار دارند. برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار q_2 صفر است. $\frac{Q}{q}$ کدام است؟



- (۱) $2\sqrt{2}$
- (۲) $4\sqrt{2}$
- (۳) $-2\sqrt{2}$
- (۴) $-4\sqrt{2}$

۶۴

در شکل زیر دو صفحهٔ رسانای موازی در فاصلهٔ ۴ mm از یکدیگر قرار دارند و به اختلاف پتانسیل V متصل شده‌اند. ذره‌ای با بار الکتریکی $5 \mu\text{C}$ و به جرم 0.4 گرم بین دو صفحه معلق است. V برحسب ولت کدام است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



- (۱) ۴/۲
- (۲) ۳/۲
- (۳) ۲/۴
- (۴) ۲/۳

۶۵

دو بار الکتریکی $q_1 = -q$ و $q_2 = +4q$ در فاصلهٔ d از هم ثابت نگه داشته شده‌اند و میدان الکتریکی برآیند در وسط فاصلهٔ بین آن‌ها برابر با E_1 است. حال اگر نصف بار الکتریکی q_1 را کم کرده و به q_2 منتقل کنیم، میدان الکتریکی در همان نقطه برابر با E_2 می‌شود. $\frac{E_1}{E_2}$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$
- (۲) $\frac{5}{4}$
- (۳) $\frac{4}{3}$
- (۴) $\frac{3}{2}$

اگر بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای ۳ میکروکولنی در فاصله ۵ میلی‌متری از آن برابر E_1 و در فاصله ۵ سانتی‌متر از آن برابر E_2 باشد، $\frac{E_1}{E_2}$ کدام است؟

- (۱) ۰/۰۰۱
- (۲) ۰/۱
- (۳) ۱۰
- (۴) ۱۰۰

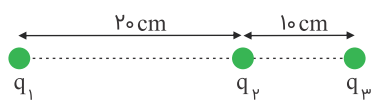
بار الکتریکی $q = -2 \mu C$ از نقطه‌ای با پتانسیل الکتریکی $V_1 = -40 V$ تا نقطه‌ای با پتانسیل الکتریکی $V_2 = -10 V$ جابه‌جا می‌شود. انرژی پتانسیل بار چند ژول و چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) $10^{-4} J$ کاهش می‌یابد.
- (۲) $10^{-4} J$ افزایش می‌یابد.
- (۳) $6 \times 10^{-5} J$ افزایش می‌یابد.
- (۴) $6 \times 10^{-5} J$ کاهش می‌یابد.

دو بار الکتریکی نقطه‌ای مثبت هم‌اندازه، در فاصله ۱۰ سانتی‌متری هم ثابت نگه داشته شده‌اند. اگر روی عمودمنصف پاره‌خط واصل بین دو بار الکتریکی، از وسط فاصله بین بارها تا ۲۰ سانتی‌متری آن نقطه دور شویم، بزرگی میدان الکتریکی حاصل از این بارهای الکتریکی چگونه تغییر می‌کند؟

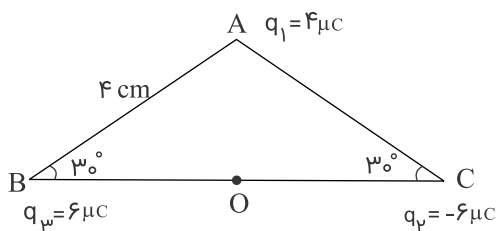
- (۱) کاهش و سپس افزایش
- (۲) افزایش و سپس کاهش
- (۳) پیوسته افزایش
- (۴) پیوسته کاهش

در شکل برآیند نیروهای وارد بر هریک از بارهای نقطه‌ای برابر صفر است. $\frac{q_3}{q_2}$ کدام است؟



- (۱) -۴
- (۲) +۴
- (۳) $-\frac{9}{4}$
- (۴) $\frac{9}{4}$

سه بار نقطه‌ای مطابق شکل در سه رأس مثلث ثابت شده‌اند. نیروی وارد بر بار $q_4 = 1 \mu C$ واقع در نقطه O در وسط خط واصل دو بار q_2 و q_3 چند نیوتن است؟



- (۱) ۴۵
- (۲) ۹۰
- (۳) $45\sqrt{3}$
- (۴) $90\sqrt{2}$



فارسی

گزینه ۳

۱

مفهوم گزینه "۳" برعکس سایر گزینه ها است. شاعر در این گزینه مدعی است که در را به روی رزق بستن (تلاش نکردن برای رزق و روزی) مانع رسیدن رزق نیست؛ یعنی بدون تلاش هم رزق و روزی می رسد؛ اما مفهوم مشترک صورت سؤال و سایر گزینه ها این است که سعی و تلاش لازمه به دست آوردن رزق و روزی است.

گزینه ۴

۲

در این گزینه فعل "شد" اسنادی است:
 زبانم مانند موی شد (=گشت)
 اما در سایر گزینه ها همانند صورت سؤال به معنی "رفتن" است:
 گزینه ۱: کارم ز دست رفت.
 گزینه ۲: وقتی چراغ روز، شبانگاه زیر آب رفت.
 گزینه ۳: جان که در زلف تو رفت راه به ایمان نبرد.

گزینه ۲

۳

همه واژگان این گزینه رابطه معنایی تضاد دارند.
 سایر گزینه ها:
 گزینه ۱: جیب و گریبان، دغل و ناراست، زنخدان و چانه - مترادف / رزق و رزاق - تناسب
 گزینه ۳: حلاوت و چاشنی، حیوان و شیر، گیاه و ارغوان - تضمّن / شغال و روباه - تناسب
 گزینه ۴: حلاوت و شیرینی، غیرت و حمیت - مترادف / سیر و بیزار - تضاد / شیر و روباه - تناسب

گزینه ۳

۴

مجازهای به کاررفته در ابیات:
 (۱) شهر - مجاز از مردم
 (۲) چمن - مجاز از باغ
 (۴) خون - مجاز از مرگ

گزینه ۴

۵

در گزینه "۴" در مصراع دوم "برخواست" به شکل نادرست "برخواست" آمده است.

گزینه ۳

۶

در ابیات گزینه های ۱، ۲ و ۴ "تقلید و دنباله روی کردن" مورد نکوهش واقع شده است اما در بیت گزینه ۳ شاعر به "تقلید و دنباله روی کردن" سفارش می کند.

در عبارت گزینهٔ "۴" دلیل پرهیز از پذیرش صله، تردید گیرنده در حلال و حرام بودن زرها (صله ای) است که امیرمسعود فرستاده است اما در دیگر گزینه ها، علت عدم پذیرش صله، قناعت‌پیشگی و عدم زیاده خواهی دانسته شده است. (ادبیات ۳، درس ۶)

شاعر در این بیت می گوید که اگر بدون توفیق الهی، عقل و تدبیر عاجز از انجام کارها هستند؛ بنابراین مفهوم نهایی و کلی بیت اهمیت توفیق الهی یا وابستگی عقل و تدبیر به توفیق الهی است.

املای درست واژهٔ نادرست:

نفاذ - نفاذ: جریان یافتن، نفوذ، جاری شدن فرمان (ادبیات ۲، درس ۲۳)

بررسی واژه‌های مهم:

صواب: درست، صحیح (ادبیات چهارم، درس ۵) / مظفر: پیروز، کامروا (ادبیات چهارم، درس ۵) / مخذول: خوارشده، پست (ادبیات ۲، درس ۱۶) / امتعه: جمع متاع؛ کالاها، اموال (زبان فارسی ۳، درس ۱۳) / اطعمه: جمع طعام؛ خوردنی‌ها (زبان فارسی ۳، درس ۱۳) / حطام: پاره، شکسته، مال بی‌ارزش (ادبیات ۳، درس ۶) / مقصور: کوتاه، مختصرشده

مفهوم مشترک صورت سؤال و گزینهٔ "۲" توصیه به خدمت به خلق کردن است.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: ناتوان نمی‌تواند به ناتوان کمکی کند.

گزینهٔ ۳: با خدا باش و پادشاهی کن؛ در خدمت دوست باش تا همه در خدمت تو باشند

گزینهٔ ۴: در خدمت معشوق یا در خدمت خداوند یا در خدمت اولیاء الله باشید تا به تعالی برسید.

زبان انگلیسی

ترجمهٔ جمله: با این همه سروصدایی که از بیرون می‌آید، خوابیدن اینجا غیرممکن است.

(۱) متفاوت

(۲) آشنا

(۳) غیرممکن

(۴) قابل شمارش

ترجمهٔ جمله: پزشکان چگونه می‌توانند تصمیم بگیرند که آیا فردی شدیداً بیمار است (یا نه) اگر آن‌ها وقت کافی برای معاینهٔ آن‌ها نداشته باشند؟

(۱) با نگرانی

(۲) به طور جدی، شدیداً

(۳) به طور طبیعی

(۴) لزوماً

پانصد سال پیش، اروپائیان به یک قاره جدید رسیدند. آن‌ها یک فرهنگ و زبان جدید به این مکان آوردند که آن را آمریکا نامیدند. هرچند که مردمانی که قبلاً در آن‌جا زندگی می‌کردند، فرهنگ و زبان خودشان را داشتند و به این ترتیب قسمت بدی از تاریخ شروع شد. از زمانی که اروپائیان رسیدند، یک جنگ برای سرزمین با ساکنین بومی آمریکا سرخپوستان آغاز شد. با پایان یافتن قرن نوزدهم، قبیله‌های سرخپوستان به زمین‌های اختصاصی انتقال یافت. تعداد زیادی از فرزندان آن‌ها به راه‌های دور برای پانسیون شدن در مدارس برده شدند و به این کودکان صحبت به زبان انگلیسی آموزش داده شد. با پایان یافتن قرن بیستم بیشتر از نیمی از آمریکائیان بومی در آمریکا در شهرها زندگی می‌کردند. آن‌ها صحبت به زبان قبیله‌ای خود را کنار گذاشتند و فقط از زبان انگلیسی استفاده می‌کردند. نتیجه‌گیری می‌کنیم بسیاری از زبان‌های بومی آمریکائیان به همراه فرهنگشان ناپدید شد. بعضی از زبان‌های سرخپوستان آمریکایی هنوز به کار برده می‌شود ولی آن‌ها معمولاً توسط اعضای قدیمی‌تر قبیله‌ها استفاده می‌شود که هنوز در زمینه‌های اختصاصی به سر ببرند. در آمریکای شمالی ۱۷۰-۱۵۰ زبان وجود دارد که حداقل یک نفر با آن صحبت می‌کند و خیلی از زبان‌ها را زیر ۱۰۰ نفر صحبت می‌کنند.

گزینه ۱

۱۳

ترجمه جمله: کدام عبارت درست است؟

- ۱) زمانی که اروپاییان به آمریکا رسیدند، افرادی آن‌جا زندگی می‌کردند.
- ۲) اروپاییان اولین انسان‌هایی بودند که به آمریکا رفتند.
- ۳) افرادی که در آمریکا زندگی می‌کردند که به کسانی که به آمریکا آمدند خوش آمد گفتند.
- ۴) اروپایی‌ها همه باهم در یک گروه به آمریکا رسیدند.

گزینه ۳

۱۴

ترجمه جمله: سرخپوست‌ها مجبور شدند در پانسیون زندگی کنند.

- ۱) ۵۰۰۰ سال پیش
- ۲) اواخر قرن بیست
- ۳) اواخر قرن نوزده
- ۴) قبل از جنگ

گزینه ۳

۱۵

ترجمه جمله: لغت "their" در خط ۳ به چه اشاره دارد؟

- ۱) اروپاییان
- ۲) سرخپوست‌ها
- ۳) اعضای قدیمی
- ۴) انگلیسی زبان‌ها

گزینه ۱

۱۶

ترجمه جمله: چند آمریکایی اصیل در اواخر قرن بیستم در شهرها زندگی می‌کردند؟

- ۱) بیش از نیمی از آن‌ها
- ۲) تعداد زیادی از آن‌ها
- ۳) حداقل یکی از آن‌ها
- ۴) صد نفر از آن‌ها

ترجمه جمله: کلی کتاب آشپزی داری، می‌توانم یکی از آن‌ها را قرض بگیرم.

- (۱) معاوضه کردن
- (۲) حفاظت کردن
- (۳) ذخیره کردن
- (۴) قرض گرفتن

ترجمه جمله: مردم در گذشته عادت داشتند که با اسب سفر کنند، اما امروزه با هواپیما سفر می‌کنند.

- (۱) به طور روان
- (۲) در نهایت
- (۳) مهم نیست
- (۴) امروزه

ترجمه جمله: هوا مه‌آلود بود. نمی‌توانستم تصویر واضحی از آنچه انتظارمان را می‌کشید ببینم.

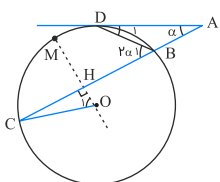
- (۱) خالی
- (۲) واضح
- (۳) خارجی
- (۴) کوچک

ترجمه جمله: به منظور اینکه کاری را واقعاً خوب انجام بدهی، هم نیاز به تجربه و هم دانش است.

- (۱) ارزش
- (۲) تفاوت
- (۳) دانش
- (۴) دنبال کردن

هندسه

فرض کنیم $\widehat{D\hat{A}C} = \alpha$ ، بنابراین $\widehat{D\hat{B}C} = 2\alpha$ و داریم:



$$\widehat{D\hat{B}C} \text{ محاطی است} \Rightarrow \widehat{D\hat{C}} = 2\widehat{D\hat{B}C} = 4\alpha$$

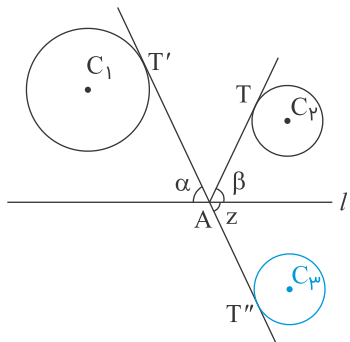
$$\Delta ABD \text{ است} \Rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{A} + \widehat{D_1} \Rightarrow 2\alpha = \alpha + \widehat{D_1} \Rightarrow \widehat{D_1} = \alpha$$

$$\xrightarrow{\widehat{D_1} \text{ ظلی است}} \widehat{B\hat{D}} = 2\widehat{D_1} = 2\alpha \Rightarrow \widehat{B\hat{D}C} = \widehat{D\hat{C}} + \widehat{B\hat{D}} = 4\alpha + 2\alpha = 6\alpha$$

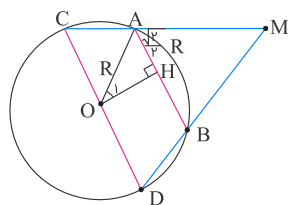
OH بخشی از قطر عمود بر وتر BC است، در نتیجه M وسط BC است:

$$\widehat{O_1} = \widehat{C\hat{M}} = \frac{1}{2}\widehat{B\hat{C}} = \frac{1}{2}(6\alpha) = 3\alpha = 3\widehat{D\hat{A}C}$$

فرض کنید AT و AT' مماس‌های موردنظر باشند، خواهیم داشت: $\alpha = \beta$. بازتاب C_2 نسبت به l را C_3 می‌نامیم و مماس AT'' را بر آن رسم می‌کنیم، پس $\beta = x$ و در نتیجه $\alpha = x$. پس A, T', T'' مماس مشترک C_1 و C_3 می‌باشد. چون C_3 و C_1 قطعاً متخارج‌اند، چهار مماس مشترک دارند. پس چهار جفت از مماس‌های مذکور می‌توان رسم کرد.

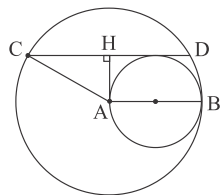


می‌دانیم شعاع عمود بر وتر آن را نصف می‌کند، پس:



$$\begin{cases} AH = \frac{\sqrt{2}}{2}R \Rightarrow \hat{O}_1 = 45^\circ \Rightarrow \hat{AOB} = 90^\circ \Rightarrow \hat{AB} = 90^\circ \\ \hat{CD} = 180^\circ \end{cases}$$

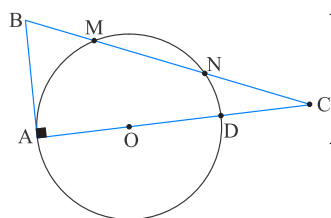
$$\Rightarrow \hat{M} = \frac{\hat{CD} - \hat{AB}}{2} = \frac{180 - 90}{2} = 45^\circ$$



به فرض $AB = 12$ پس شعاع دایره کوچکتر ۶ واحد است در مثلث ACH داریم:

$$CH^2 = AC^2 - AH^2 = 144 - 36 = 108$$

$$\text{پس } CH = 6\sqrt{3} \text{ در نتیجه } CD = 12\sqrt{3}.$$



$$BM = MN = NC = x$$

$$AB^2 = BM \times BN \Rightarrow AB^2 = x \times 2x \Rightarrow AB = \sqrt{2}x$$

برای مماس AB رابطه طولی را می‌نویسیم:

در مثلث ABC فیثاغورس را می‌نویسیم:

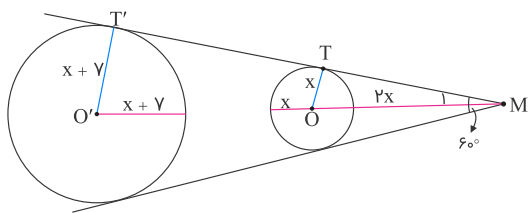
$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow 2x^2 + AC^2 = 9x^2 \Rightarrow AC = \sqrt{7}x$$

مجدد از نقطه C رابطه طولی را می‌نویسیم:

$$CN \times CM = CD \times AC \Rightarrow 2x^2 = CD \times \sqrt{7}x \Rightarrow CD = \frac{2\sqrt{7}}{7}x$$

$$2R = AD = AC - CD = \sqrt{7}x - \frac{2\sqrt{7}}{7}x = \frac{5\sqrt{7}}{7}x \Rightarrow R = \frac{5\sqrt{7}}{14}x$$

$$\frac{CD}{R} = \frac{\frac{2\sqrt{7}}{7}x}{\frac{5\sqrt{7}}{14}x} = \frac{4}{5}$$

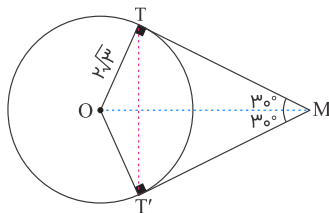


مثلث MOT قائم‌الزاویه است و $\hat{M}_1 = 30^\circ$ ؛ پس $MO = 2x$ می‌شود. به همین طریق $MO' = 2O'T'$ ، پس:

$$MO' = 2(x + 7) = 2x + 14$$

$$\text{خط‌المركزين} = OO' = MO' - MO = 2x + 14 - 2x = 14$$

دو مماس رسم شده از M با هم برابرند و از طرفی زاویه $\hat{M} = 60^\circ$ است، پس مثلث MTT' متساوی الاضلاع است. در مثلث OTM تنازات زاویه 30° را می نویسیم:



$$\tan 30^\circ = \frac{OT}{MT} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{MT} \Rightarrow MT = 6$$

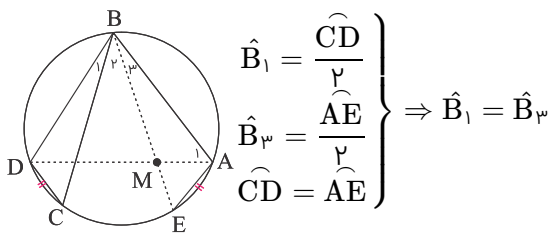
$$S_{OTMT'} = 2 \times S_{OTM} = 2 \times \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 = 12\sqrt{3}$$

در چهار ضلعی $OTMT'$ مجموع زوایای داخلی 360° است، پس $\hat{O} = 120^\circ$. حال مساحت قطاع را به دست می آوریم.

$$S_{\text{قطاع}} = \frac{120}{360} \times \pi \times (2\sqrt{3})^2 = 4\pi$$

$$S_{\text{رنگی}} = 12\sqrt{3} - 4\pi$$

کمان های \widehat{AE} و \widehat{CD} با هم برابرند، پس وتر BD را هم رسم می کنیم تا زاویه روبه روی کمان \widehat{CD} را هم داشته باشیم.

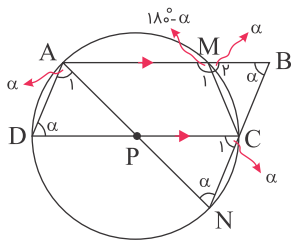


دو زاویه \hat{A}_1 و \hat{C} هم زوایای محاطی روبه رو به کمان \widehat{BD} هستند. پس این دو زاویه هم با یکدیگر مساوی بوده و در نتیجه دو مثلث $\triangle ABM$ و $\triangle BCD$ با هم متشابه می شوند. با نوشتن نسبت تشابه در این دو مثلث اندازه AM را به دست می آوریم.

$$\triangle ABM \sim \triangle BCD \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AM}{CD} \Rightarrow \frac{6}{8} = \frac{AM}{3}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{9}{4} = 2.25$$

اولاً چون چهار ضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است، $\hat{D} = \hat{B} = \alpha$. ثانیاً چون زاویه های محاطی D و N روبه رو به یک کمان اند، $\hat{N} = \hat{D} = \alpha$ و در نتیجه مثلث ABN متساوی الساقین است. از طرف دیگر داریم:



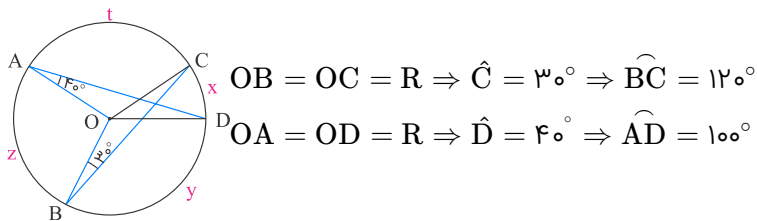
$AM \parallel DC \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{MC} \Rightarrow AD = MC \Rightarrow$ $\triangle AMC$ دوزنقه متساوی الساقین است.

$\Rightarrow \hat{M}_1 + \hat{D} = 180^\circ \xrightarrow{\hat{M}_1 + \hat{M}_2 = 180^\circ} \hat{M}_2 = \hat{D} = \alpha \Rightarrow$ $\triangle CMB$ متساوی الساقین است.

$(DA \parallel NC)$, $(AN \text{ مورب}) \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{N} = \alpha \Rightarrow$ $\triangle PAD$ متساوی الساقین است.

$(DA \parallel NC)$, $(DC \text{ مورب}) \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{D} = \alpha \Rightarrow$ $\triangle PCN$ متساوی الساقین است.

پس در مجموع چهار مثلث متساوی الساقین داریم.



$OB = OC = R \Rightarrow \hat{C} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 120^\circ$

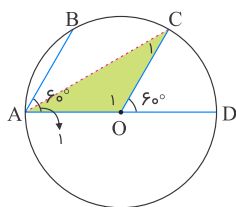
$OA = OD = R \Rightarrow \hat{D} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 100^\circ$

طبق نام گذاری در شکل داریم:

$$\left. \begin{matrix} x + y = 120^\circ \\ x + t = 100^\circ \end{matrix} \right\} \xrightarrow{+} 2x + y + t = 220 \Rightarrow y + t = 220 - 2x \quad (1)$$

مجموع کمان های دایره 360° است، پس:

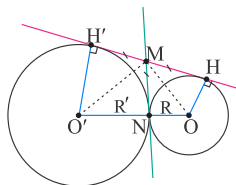
$$x + y + z + t = 360 \xrightarrow{(1)} x + z + 220 - 2x = 360 \Rightarrow z - x = 140^\circ$$



مطابق شکل $AB \parallel OC$ و AD مورب است؛ پس $\hat{C}OD = 60^\circ$ می باشد.

$\hat{C}OD = 60^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 = 120^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{A}_1 = 30^\circ \Rightarrow \hat{A}OC = 30^\circ$

چون $OA = OC$ و شعاع هستند، مثلث AOC متساوی الساقین است.

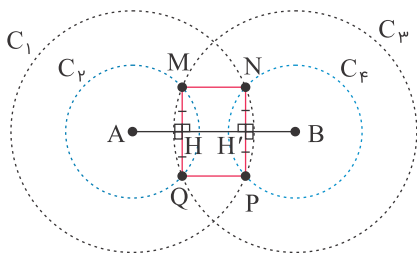


اولاً دایره به قطر OO' در نقطه M بر HH' مماس است و نقطه M وسط HH' است. ثانیاً چون دو دایره، مماس خارج اند، مماس مشترک داخلی آن ها، مماس مشترک خارجی را نصف می کند. پس مماس مشترک داخلی هم از M می گذرد و داریم:

$MN = \frac{1}{4}HH' \quad (*)$

$\Rightarrow HH' = 2\sqrt{9 \times 4} = 12 \xrightarrow{(*)} MN = \frac{12}{4} = 6$

چون دایره‌ها دایره دو هم‌نهشت‌اند، $MQ = NP$. می‌دانیم خط‌المركزین دو دایره متقاطع، عمودمنصف وتر مشترک آن‌ها است، پس $MH = NH'$ و چون $MH \parallel NH'$ و $\hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ$ ، چهار ضلعی $MNH'H$ مستطیل است. در نتیجه $\hat{M} = \hat{N} = 90^\circ$. به همین ترتیب نتیجه می‌گیریم $\hat{P} = \hat{Q} = 90^\circ$. بنابراین چهار ضلعی $MNPQ$ هم مستطیل است.



آمار و احتمال

گزینه ۴

۳۶

گام اول

تعداد حالت‌هایی که افراز مجموعه A فقط یک مجموعه تک عضوی داشته باشد به دو صورت زیر است:
یک مجموعه تک عضوی و یک مجموعه چهار عضوی و یا یک مجموعه یک عضوی و دو مجموعه دو عضوی. حالت دیگری سراغ دارید؟

گام دوم

تعداد افرازها را در هر کدام از این موارد به دست آورده و با هم جمع می‌کنیم.
تعداد افرازهای مجموعه A ۵ عضوی به یک مجموعه یک عضوی و یک مجموعه چهار عضوی برابر است با:

$$\binom{5}{1} \binom{4}{4} = 5 \times 1 = 5$$

تعداد افرازهای مجموعه A ۵ عضوی به یک مجموعه تک عضوی و دو مجموعه دو عضوی برابر است با:

$$\frac{\binom{5}{1} \binom{4}{2} \binom{2}{2}}{2!} = \frac{5 \times 6 \times 1}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

پس تعداد کل حالت‌ها برابر است با: $5 + 15 = 20$

گزینه ۳

۳۷

$$\begin{aligned} 2^{n+4} &= 3 \times 2^n + 104 \Rightarrow 2^{n+4} - 3 \times 2^n = 104 \\ \Rightarrow 2^n (2^4 - 3) &= 104 \Rightarrow 2^n \times 13 = 104 \\ \Rightarrow 2^n &= 8 \Rightarrow n = 3 \Rightarrow 2^3 \Rightarrow \text{مجموعه } A, \text{ زیرمجموعه دارد} \end{aligned}$$

تعداد افرازه‌های حداقل سه قسمتی یعنی افرازه‌های سه قسمتی، چهار قسمتی و پنج قسمتی را بایستی محاسبه کنیم، بنابراین داریم:

$$\text{سه قسمتی} : \begin{cases} (-, -, -, -) : \frac{5!}{3!2!} = 10 \\ (-, --, -) : \frac{5!}{2!2!2!} = 15 \end{cases} \Rightarrow 10 + 15 = 25$$

$$\text{چهار قسمتی} : (-, -, -, -) : \frac{5!}{2!3!} = 10$$

$$\text{پنج قسمتی} : (-, -, -, -, -) : \text{حالت ۱}$$

عضو \ قسمت	۱	۲	۳	۴	۵
۱	۱	۱	۱	۱	۱
۲	۰	۱	۳	۷	۱۵
۳	۰	۰	۱	۶	۲۵
۴	۰	۰	۰	۱	۱۰
۵	۰	۰	۰	۰	۱

} $\rightarrow 25 + 10 + 1 = 36$

گزینه ۴

۳۹

$$\sim (p \Rightarrow q) \equiv \sim (\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$$

گزینه ۴

۴۰

گام اول

الف) مجموعه A دارای چهار عضو است. اگر بخواهیم آن را به سه زیرمجموعه افراز کنیم باید دو زیرمجموعه یک عضوی و یک زیرمجموعه دو عضوی باشند.

ب) فراموش نکنید که در افراز اعضای یک مجموعه نمی‌توانیم یکی از افرازه‌ها را تهی در نظر بگیریم.

گام دوم

می‌خواهیم مجموعه ۴ عضوی A را به ۲ زیرمجموعه ۱ عضوی و یک زیرمجموعه ۲ عضوی افراز کنیم. پس تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$\frac{\binom{4}{2} \binom{4-2}{1}}{2! \times 1!} = \frac{\binom{4}{2} \binom{2}{1}}{2} = \frac{6 \times 2}{2} = 6$$

باتوجه به جدول ارزش گزاره‌های زیر، گزاره‌های "الف"، "ب" و "د" همواره درست (T) هستند.

p	q	$p \vee q$	$p \Rightarrow (p \vee q)$
د	د	د	د
د	ن	د	د
ن	د	د	د
ن	ن	ن	د

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge p$	$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow p$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	ن	د
ن	ن	د	ن	د

p	q	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \Rightarrow p$
د	د	د	د
د	ن	ن	د
ن	د	ن	د
ن	ن	ن	د

اما در گزاره "ج" اگر حالت $T \equiv q$ و $F \equiv P$ را در نظر بگیریم، ارزش گزاره نادرست است.

p	q	$p \wedge q$	$q \Rightarrow (p \wedge q)$	$p \wedge [q \Rightarrow (p \wedge q)]$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	د
ن	د	ن	ن	ن
ن	ن	ن	د	ن

پس این گزاره همواره درست نیست. بنابراین گزینه "۱" صحیح است.

رابطه داده شده در صورت سؤال، تعریف زیرمجموعه بودن است؛ بنابراین باید گزینه‌ای را انتخاب کنیم که $B \subseteq A$ باشد، پس گزینه ۱ درست است.

B زیرمجموعه C نیست؛ زیرا $2 \in B$ ولی $2 \notin C$.
درستی سایر گزینه‌ها واضح است.

در $y - x = 6$ هر x دلخواه طبیعی قرار دهیم، یک y طبیعی به دست می‌آید.
فقط گزینه ۱ است که با قرار دادن هر x طبیعی در معادله آن، مقدار y هم طبیعی خواهد بود.

مثال نقض برای گزینه ۲: $x = 1$

مثال نقض برای گزینه ۳: $x = 7$

مثال نقض برای گزینه ۴: $x = 5$

با بررسی گزینه‌ها درستی یا نادرستی هر کدام را مشخص می‌کنیم.
بررسی گزینه اول: در زیرمجموعه‌های مجموعه C ، مجموعه $\{2, \{2\}\}$ وجود ندارد. بنابراین $B \subset C$ یک رابطه نادرست بوده و همین گزینه جواب مسئله است.

بررسی گزینه دوم: چون $2 \in B$ پس در زیرمجموعه‌های مجموعه B ، مجموعه $\{2\}$ وجود دارد پس $A \subset B$ درست است.

بررسی گزینه سوم: $\{2\}$ یکی از اعضای مجموعه B است پس $A \in B$ هم درست است.

بررسی گزینه چهارم: یک عضو مجموعه C ، $B = \{2, \{2\}\}$ است پس $B \in C$ است.

--- / --- / -

$$\binom{6}{3} \binom{3}{3} \binom{6}{1}$$

$$\text{تعداد کل افزازها} = \frac{\binom{6}{3} \binom{3}{3} \binom{6}{1}}{2!} = \frac{20 \times 6}{2} = 60$$

روش دوم: چون مجموعه تک‌عضوی باید فاقد $\{a\}$ باشد، پس یکی از دو مجموعه دیگر باید شامل آن باشد که البته تفاوتی ندارد کدام شامل $\{a\}$ است، پس فرض می‌کنیم در مجموعه سوم a انتخاب شود و داریم:

$$\binom{6}{1} \times \binom{5}{3} \times \binom{2}{2} = 60$$

گام اول

الف) مجموعه $\{A\}$ به صورت $\{\{a, b, \{a\}, \{b\}\}\}$ است همان طوری که مشاهده می‌کنید مجموعه A و $\{A\}$ هیچ عضو مشترکی ندارند.
 ب) وقتی A و $\{A\}$ هیچ عضو مشترکی نداشته باشند، $A - \{A\}$ همان مجموعه A می‌شود.

گام دوم

مجموعه A دارای ۴ عضو است پس $2^4 = 16$ زیرمجموعه دارد. از این ۱۶ زیرمجموعه، یک زیرمجموعه‌ای که مجموعه تهی است را کنار می‌گذاریم؛ بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های سره و غیرتهی A برابر می‌شود با: $16 - 1 = 15$

گزینه ۱

می‌دانیم گزاره شرطی با عکس نقیضش هم‌ارزش است. همچنین می‌دانیم $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

$$\begin{aligned} (p \Rightarrow (\sim q \wedge r)) &\equiv (\sim(\sim q \wedge r) \Rightarrow \sim p) \\ &\equiv ((q \vee \sim r) \Rightarrow \sim p) \equiv \sim(q \vee \sim r) \vee \sim p \equiv (\sim q \wedge r) \vee \sim p \end{aligned}$$

گزینه ۴

مثال نقض گزینه ۳: عدد ۲ را نمی‌توان به صورت مجموع چند عدد طبیعی متمایز نوشت.

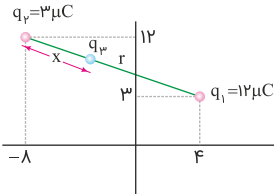
گزینه ۴

مجموعه A ، ۶ عضو دارد. می‌خواهیم هر افراز آن فقط شامل مجموعه‌های دو عضوی باشد، پس باید در هر افراز سه زیرمجموعه دو عضوی از اعضای A داشته باشیم.

باتوجه به آنچه گفته شد، تعداد حالت‌های افراز برابر تعداد حالت‌های تقسیم یک مجموعه ۶ عضوی به سه مجموعه ۲ عضوی است یعنی:

$$\frac{\binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2}}{3!} = \frac{15 \times 6 \times 1}{6} = 15$$

چون برآیند نیروهای وارد بر هر سه بار صفر است بنابراین q_3 روی خط واصل q_1 و q_2 قرار می‌گیرد. r فاصله q_1 و q_2 و x فاصله q_3 و q_1 است.



$$r = \sqrt{(4 - (-8))^2 + (12 - 3)^2} = 15 \text{ cm}$$

$$\text{برآیند نیروهای وارد بر } q_3 \text{ صفر است: } F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{q_1 q_3}{(r-x)^2} = k \frac{q_2 q_3}{x^2} \Rightarrow \frac{12}{(15-x)^2} = \frac{3}{x^2} \Rightarrow x = 5 \text{ cm}$$

$$\text{برآیند نیروهای وارد بر } q_2 \text{ صفر است: } F_{12} = F_{32} \Rightarrow k \frac{q_1 q_2}{r^2} = k \frac{q_3 q_2}{x^2} \Rightarrow \frac{12}{15^2} = \frac{q_3}{5^2}$$

$q_3 = -\frac{4}{3} \mu\text{C}$ علامت بار q_3 باید منفی باشد تا برآیند نیروهای وارد بر هر سه بار صفر شود.

گام اول: بارها را q و $-q$ در نظر می‌گیریم. در این صورت پس‌ازاینکه ۲۰ درصد یکی از بارها را به دیگری اضافه کنیم، بارها برابرند با:

$$\begin{cases} q'_1 = q - \frac{20}{100}q = \frac{80}{100}q \\ q'_2 = -q + \frac{20}{100}q = \frac{-80}{100}q \end{cases}$$

گام دوم: بزرگی نیرو در حالت جدید نسبت به حالت قبلی برابر است با:

$$\frac{F'}{F} = \left| \frac{q'_1}{q_1} \right| \times \left| \frac{q'_2}{q_2} \right| \times \left(\frac{r}{r'} \right)^2 = \left| \frac{\frac{80}{100}q}{q} \right| \times \left| \frac{\frac{80}{100}q}{q} \right| \times \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{16}{100}$$

گام سوم: درصد تغییرات نیرو برابر است با:

$$\frac{F' - F}{F} \times 100 = \frac{0.16F - F}{F} \times 100 = -84\%$$

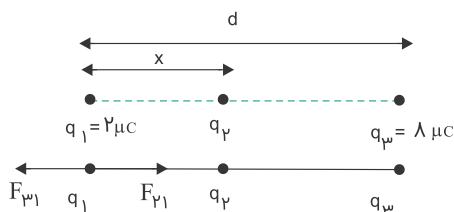
بنابراین نیروی بین دو بار ۸۴ درصد کاهش یافته است.

گام اول

$$\begin{cases} |F_{12}| = |F_{21}| \\ |F_{21}| = |F_{31}| \\ |F_{13}| = |F_{23}| \end{cases} \leftarrow \text{الف) برآیند نیروهای الکترواستاتیکی وارد بر هریک از بارها صفر است.}$$

ب) بار q_2 چند میکروکولن است؟ $q_2 = ? \mu C$

گام دوم

باتوجه به اینکه برآیند نیروهای وارد بر هریک از بارها صفر است کافی است، برآیند نیروها را برای بارهای q_1 و q_2 محاسبه کنیم.برآیند نیروهای وارد بر q_1 :

بارهای q_3 و q_2 هر دو مثبت هستند، نیروی F_{31} وارد بر بار q_1 از طرف بار q_3 از نوع دافعه و به سمت چپ است؛ بنابراین نیروی F_{21} وارد بر بار q_1 از طرف بار q_2 باید به سمت راست باشد یعنی از نوع جاذبه باشد تا برآیند نیروهای وارد بر q_1 ، صفر شود؛ بنابراین بار q_2 منفی است.

$$F_{21} = F_{31} \xrightarrow{F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}} k \frac{|q_2| |q_1|}{x^2} = k \frac{|q_3| |q_1|}{d^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{x^2} = \frac{\lambda}{d^2} \Rightarrow \frac{d^2}{x^2} = \frac{\lambda}{|q_2|} \quad (1)$$

برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 :

$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow k \frac{|q_1| |q_2|}{x^2} = k \frac{|q_3| |q_2|}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{\lambda}{x^2} = -\frac{\lambda}{(d-x)^2} \Rightarrow \left(\frac{d-x}{x}\right)^2 = -1 \Rightarrow d-x = \lambda x \Rightarrow \lambda x = d \quad (2)$$

باتوجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} \frac{d^2}{x^2} = \frac{\lambda}{|q_2|} \\ \lambda x = d \end{cases} \Rightarrow \frac{(\lambda x)^2}{x^2} = \frac{\lambda}{|q_2|} \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda}{|q_2|} \Rightarrow |q_2| = \frac{\lambda}{\lambda} \mu C \xrightarrow{\text{بار } q_2 \text{ منفی است}} q_2 = -\frac{\lambda}{\lambda} \mu C$$

گزینه ۱

هرجا تراکم خطوط میدان الکتریکی بیشتر باشد شدت میدان الکتریکی در آن جا بیشتر است بنابراین: $E_B < E_A$
 هرگاه در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد: $V_A < V_B$

گزینه ۱

$$E = k \frac{q}{r^2} \Rightarrow 10^5 = 9 \times 10^9 \frac{q}{9 \times 10^{-2}} \Rightarrow q = 1 \mu C$$

$$F = Eq' \Rightarrow 0.02 = 10^5 q' \Rightarrow q' = 0.2 \mu C$$

$$\Delta V_{AB} = E \underbrace{d_{AB}}_{\text{فاصله در راستای میدان}} \Rightarrow 15 = E \times 5 \Rightarrow E = 3 \text{ V/m}$$

$$V_C - V_D = E \times \underbrace{d_{C \rightarrow D}}_{\text{فاصله در راستای میدان}} = 3 \text{ V/m} \times (-11) = -33 \text{ V}$$

گام اول

الف) اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه ۵۰۰ ولت ← $\Delta V = 500 \text{ V}$
 ب) بار الکتریکی ۰/۸ میکروکولنی ← $q = 0.8 \mu\text{C} = 8 \times 10^{-7} \text{ C}$
 ج) چند ژول انرژی صرف می شود؟ ← $\Delta U = ? \text{ J}$

گام دوم

مقدار انرژی ای که برای انتقال بار مصرف می شوند به معنای تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار است؛ بنابراین کافی است از رابطه اختلاف پتانسیل استفاده کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow 500 = \frac{\Delta U}{8 \times 10^{-7}} \Rightarrow \Delta U = 4 \times 10^{-4} \text{ J}$$

فاصله بار الکتریکی q_1 تا نقطه P برابر ۳ متر است. پس:

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r^2} = \left(\frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6}}{3^2} \right) \text{ N/C} = 5 \times 10^3 \text{ N/C}$$

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{r^2} = \left(\frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6}}{1^2} \right) \text{ N/C} = 45 \times 10^3 \text{ N/C}$$

این دو میدان الکتریکی در نقطه P، در خلاف جهت هم می باشند، پس:

$$E = E_2 - E_1 = 40 \times 10^3 \text{ N/C} = 4 \times 10^4 \text{ N/C}$$

گام اول

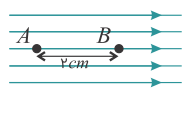
الف) بار الکتریکی نقطه ای $20 \mu\text{C}$ ← $q = 20 \mu\text{C}$
 ب) در فاصله یک متری ← $r = 1 \text{ m}$
 ج) میدان الکتریکی چند نیوتون بر کولن است؟ ← $E = ? \text{ N/C}$

گام دوم

کافی است رابطه میدان الکتریکی برای بار نقطه ای را بنویسیم:

$$\begin{cases} E = k \frac{q}{r^2} \\ K = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \end{cases} \Rightarrow E = \frac{9 \times 10^9 \times 20 \times 10^{-6}}{1} = 1.8 \times 10^5 \text{ N/C}$$

با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می یابد، بنابراین $V_A > V_B$. حال کافی است از رابطه اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در میدان الکتریکی یکنواخت استفاده کنیم.

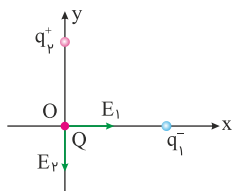


$$\begin{cases} |\Delta V| = Ed \\ E = 3000 \text{ N/C} \\ d = 2 \text{ cm} = 2 \times 10^{-2} \text{ m} \end{cases} \Rightarrow |\Delta V| = 3000 \times 2 \times 10^{-2} = 60 \text{ V}$$

با توجه به اینکه $V_A > V_B$ است، داریم:

$$\begin{cases} V_A - V_B > 0 \\ |\Delta V| = 60 \text{ V} \end{cases} \Rightarrow \Delta V > 0 \Rightarrow \Delta V = +60 \text{ (V)}$$

مطابق شکل ابتدا شدت میدان ایجاد شده توسط بارها در نقطه O را حساب می کنیم.



$$E_1 = k \frac{q_1}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{20 \times 10^{-6}}{100} \Rightarrow E_1 = 1/8 \times 10^{+3} \text{ N/C}$$

$$E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-6}}{100} = 0/9 \times 10^3 \text{ N/C}$$

اکنون اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه O را حساب می کنیم:

$$E_0 = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2E_2^2 + E_1^2} = \sqrt{3E_2^2} = E_2 \sqrt{3} = 0/9 \sqrt{3} \times 10^3 \text{ N/C}$$

با استفاده از محاسبه نیرو بر حسب اندازه میدان داریم:

$$E = \frac{F}{q} \Rightarrow 0/9 \sqrt{3} \times 10^3 = \frac{0/45 \sqrt{3} \times 10^{-3}}{q} \Rightarrow q = 5 \times 10^{-9} \text{ C}$$

بین این دو صفحه میدان الکتریکی یکنواخت تشکیل می شود که جهت میدان در جهت کاهش پتانسیل الکتریکی است. بین این دو صفحه از صفحه مثبت تا صفحه منفی، پتانسیل از ۶۰ ولت تا صفر کاهش می یابد. با توجه به فاصله بین دو صفحه و اختلاف پتانسیل بین دو صفحه، $\frac{E_0}{13} \text{ V/cm} = 5 \text{ V/cm}$ پس به ازای ۴ سانتی متر، پتانسیل ۲۰ ولت کاهش می یابد. بنابراین پتانسیل نقطه A برابر با $(60 - 20) \text{ V} = 40 \text{ V}$ خواهد شد.

باتوجه به بردارهای نیرو و اینکه برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 صفر است، داریم:
(دقت شود برای اینکه برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 صفر شود، باید بارهای q و Q همنام باشند تا مطابق شکل این اتفاق بیفتد)

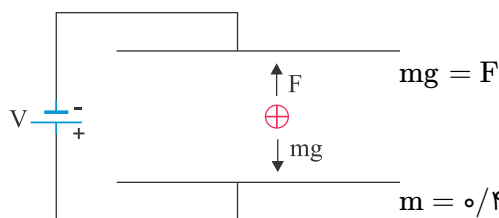
$$\left\{ \begin{aligned} F_{12} &= \frac{kq_1q_2}{r_{12}^2} = \frac{kqQ}{a^2} \\ F_{32} &= \frac{kq_3q_2}{r_{32}^2} = \frac{kqQ}{a^2} \end{aligned} \right. \Rightarrow F_2 = \sqrt{2} \frac{kqQ}{a^2}$$

$$F_{42} = \frac{kq_4q_2}{r_{42}^2} = \frac{k\frac{1}{4}QQ}{2a^2} = \frac{1}{4} \frac{kQ^2}{a^2}$$

برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 صفر است $\Rightarrow F_2 = F_{42} \Rightarrow \sqrt{2} \frac{kqQ}{a^2} = \frac{1}{4} \frac{kQ^2}{a^2}$

$$\Rightarrow \frac{Q}{q} = 4\sqrt{2}$$

چون ذره بین دو صفحه معلق است؛ پس برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است:



در میدان الکتریکی یکنواخت $F = Eq$ ؛ پس: $mg = Eq$ ، لذا:

$$m = 0/4 g = 0/4 \times 10^{-3} \text{ kg} = 4 \times 10^{-6} \text{ kg}$$

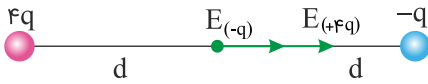
$$mg = Eq \Rightarrow 4 \times 10^{-6} \times 10 = E \times 5 \times 10^{-6} \Rightarrow E = \frac{4 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-6}} = 8 \times 10^2 \text{ N/C}$$

میدان الکتریکی بین دو صفحه رسانای موازی که در فاصله d از یکدیگر قرار دارند و به اختلاف پتانسیل V وصل هستند، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$d = 4 \text{ mm} = 4 \times 10^{-3} \text{ m}$$

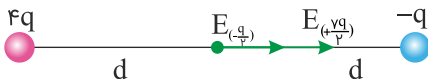
$$V = Ed \Rightarrow V = (8 \times 10^2) \times (4 \times 10^{-3}) = 3/2 \text{ V}$$

حالت اول:



$$\left. \begin{aligned} E_1 &= E_{(-q)} + E_{(+q)} \\ E_{(+q)} &= \frac{1}{4} E_{(-q)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_1 = \frac{3}{4} E_{(-q)} = \frac{3}{4} k \frac{q}{d^2}$$

حالت دوم:



$$\left. \begin{aligned} E_2 &= E_{(-q)} + E_{(+q)} \\ E_{(+q)} &= \frac{1}{4} E_{(-q)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_2 = \frac{3}{4} E_{(-q)} = \frac{3}{4} k \frac{q}{d^2}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{3}{4} k \frac{q}{d^2}}{\frac{3}{4} k \frac{q}{d^2}} = \frac{3}{4}$$

تذکر: برای حل این گونه سؤالات رسم شکل کار را ساده‌تر می‌کند.

گزینه ۴

۶۶

$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \left(\frac{5\text{cm}}{5\text{mm}}\right)^2 = 10^2 = 100$$

گزینه ۴

۶۷

با توجه به اینکه پتانسیل نقطه ابتدا و انتهای مسیر مشخص است، به راحتی ΔV مسیر را به دست می‌آوریم و سپس با استفاده از رابطه اختلاف پتانسیل، انرژی پتانسیل بار الکتریکی را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \Delta V = V_2 - V_1 \\ V_1 = -40\text{V} \\ V_2 = -10\text{V} \end{cases} \Rightarrow \Delta V = -10 - (-40) = 30\text{V}$$

$$\begin{cases} \Delta V = \frac{\Delta U}{q} \\ q = -2\mu\text{C} = -2 \times 10^{-6}\text{C} \end{cases} \Rightarrow 30 = \frac{\Delta U}{(-2) \times 10^{-6}} \rightarrow \Delta U = -6 \times 10^{-5}\text{J}$$

علامت منفی نشان‌دهنده کاهش انرژی پتانسیل الکتریکی بار در این جابجایی است.

میدان الکتریکی در وسط فاصله بین دو بار الکتریکی صفر است و اگر روی عمودمنصف تا فاصله‌های خیلی دور برویم، بازهم میدان الکتریکی صفر خواهد شد. بنابراین در این مسیر میدان از صفر افزایش می‌یابد و در نقطه‌ای بیشینه می‌شود و دوباره کاهش می‌یابد تا به صفر برسد. می‌توان ثابت کرد، نقطه‌ای که میدان در آن بیشینه است، فاصله‌اش تا وسط فاصله دو بار الکتریکی، $\frac{\sqrt{P}}{4}$ فاصله بین دو بار است که در این تست کمتر از ۲۰ سانتی‌متر است.

گزینه ۳

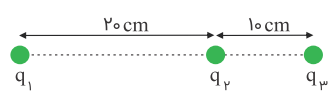
۶۹

گام اول

برآیند نیروهای وارد بر هریک از بارهای نقطه‌ای برابر صفر است ← $|\vec{F}_{21}| = |\vec{F}_{31}| = |\vec{F}_{23}| = |\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{32}|$

گام دوم

به کمک قانون کولن داریم:



$$\begin{cases} |\vec{F}_{21}| = |\vec{F}_{31}| \\ |r_{21}| = 20 \text{ cm} \\ |r_{31}| = 30 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \frac{k |q_1| |q_2|}{|r_{21}|^2} = \frac{k |q_1| |q_3|}{|r_{31}|^2} \Rightarrow \frac{|q_3|}{|q_2|} = \frac{|r_{31}|^2}{|r_{21}|^2} = \frac{900}{400} = \frac{9}{4}$$

از طرفی برای اینکه مجموع نیروهای وارد بر بار q_1 صفر باشد، باید بارهای q_2 و q_3 ناهمنام باشند ($q_3 = -q_2$)، بنابراین خواهیم داشت:

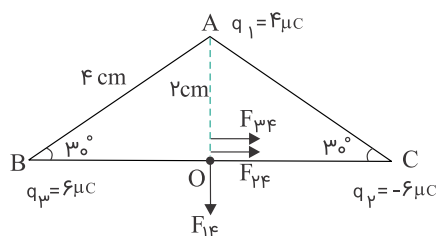
$$\frac{q_3}{q_2} = -\frac{9}{4}$$

گام اول

الف) نقطه O در وسط خط واصل دو بار $BO = OC \leftarrow$
 ب) نیروی وارد بر بار $q_4 = 1\mu C$ چند نیوتن است؟ $\leftarrow ?N$
 $\vec{F} = \vec{F}_{14} + \vec{F}_{24} + \vec{F}_{34} = ?N$

گام دوم

ابتدا فواصل OA و OB را به دست می‌آوریم. ضلع روبه‌رو به زاویه 30° نصف وتر است بنابراین در مثلث $\triangle AOB$, $AO = 2cm$ است. طبق رابطه فیثاغورث خواهیم داشت:



$$\begin{cases} AB^2 = OB^2 + OA^2 \\ AB = 4cm \\ OA = 2cm \end{cases} \Rightarrow 16 = OB^2 + 4 \Rightarrow OB = OC = \sqrt{12}cm$$

حال به محاسبه مؤلفه‌های افقی و عمودی نیروی وارد شده به q_4 می‌پردازیم:
 مؤلفه افقی بردار برآیند نیروی وارد شده به q_4 برابر است با:

$$\vec{F}_x = |\vec{F}_{24}| + |\vec{F}_{34}| = k \frac{q_2 q_4}{(OB)^2} + k \frac{q_3 q_4}{(OC)^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{-6}}{12 \times 10^{-4}} + 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{-6}}{12 \times 10^{-4}} = 90N$$

مؤلفه عمودی بردار برآیند نیروی وارد شده به q_4 برابر است با:

$$|\vec{F}_y| = k \frac{|q_1| |q_4|}{(OA)^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-4}} = 9 \times 10 = 90N$$

بنابراین نیروی کل وارد شده به q_1 برابر است با:

$$\vec{F} = \sqrt{\vec{F}_x^2 + \vec{F}_y^2} = \sqrt{2 \times (90)^2} = 90\sqrt{2}N$$